第３章　二次方程式

第９講・二次方程式①　因数分解・平方完成で解く方法

要点整理

１　二次方程式

移項して整理すると，$ax^2+bx+c=0$（a，b，c は定数，$a \neq 0$）の形で表される方程式を，x についての**二次方程式**という。

この二次方程式を成り立たせる x の値を，その二次方程式の**解**といい，解をすべて求めることを，その**二次方程式を解く**という。

２　二次方程式

(1)　因数分解による解き方

二次方程式 $x^2+bx+c=0$ の左辺を因数分解して，$(x+m)(x+n)=0$ となれば，$x+m=0$ または $x+n=0$，よって，$x=-m$，$-n$

(2)　平方根を利用した解き方

①　二次方程式 $ax^2-b=0$ を $x^2=\dfrac{b}{a}$ と変形して，x は $\dfrac{b}{a}$ の平方根になるから，$x=\pm\sqrt{\dfrac{b}{a}}$

②　二次方程式 $(x+m)^2=n$ についても，$x+m$ は n の平方根になるから，$x+m=\pm\sqrt{n}$ より，$x=-m\pm\sqrt{n}$

③　二次方程式 $x^2+bx+c=0$ の左辺が因数分解できないときは，$(x+m)^2=n$ の形に変形して解く。

●平方根を利用した解き方

①　$ax^2-b=0$ のとき，
$x^2=\dfrac{b}{a}$ より，$x=\pm\sqrt{\dfrac{b}{a}}$

②　$(x+m)^2=n$ のとき，
$x+m=\pm\sqrt{n}$ より，
$x=-m\pm\sqrt{n}$

③　$x^2+bx+c=0$ の左辺が因数分解できないとき，$(x+m)^2=n$ の形に変形する。

$x^2+6x-2=0$ を $(x+m)^2=n$ の形に変形するには，
定数項を移項して，
$x^2+6x=2$
両辺に，x の係数 6 の半分の 2 乗を加えて，
$x^2+6x+3^2=2+3^2$
$(x+3)^2=11$

次の方程式を解きなさい。

(1)　$x^2+x-30=0$

(2)　$(x-3)^2=16$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

例題 1　次の方程式を解きなさい。

(1)　$x^2+4x=0$　(2)　$x^2-4x-60=0$　(3)　$4x^2+12x+9=0$

(4)　$2x^2-5=0$　(5)　$(x+1)^2-25=0$　(6)　$4(x-2)^2-49=0$

例題 2　次の方程式を解きなさい。

(1)　$x^2-6x+4=0$　(2)　$x^2+4x+2=0$　(3)　$x^2-8x+9=0$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

問題

9−1　次の方程式を解きなさい。

(1)　$(x+2)(x-1)=2x+4$

(2)　$2x^2-6x=45-x^2$

(3)　$(2x+1)^2=12x+1$

(4)　$4(x+1)(x-2)=3x(x-1)-x$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ *Note* ＞

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第９講・確認テスト

［1］　次の方程式を解きなさい。

（1）　$4x^2=5x$　　　$x=$ ア ，$\dfrac{イ}{ウ}$

（2）　$4x^2-12x+9=0$　　　$x=\dfrac{エ}{オ}$

（3）　$x^2+10x=2$　　　$x=-$ カ $\pm$ キ $\sqrt{ク}$

（4）　$x^2-3x-1=0$　　　$x=\dfrac{ケ\pm\sqrt{コサ}}{シ}$

（5）　$(x-1)(x-2)=6$　　　$x=$ ス ，$-$ セ

（6）　$(x-2)^2+5(x-2)=0$　　　$x=$ ソ ，$-$ タ

（7）　$(2x+3)(x-1)=-3x+3$　　　$x=$ チ ，$-$ ツ

（8）　$(2x-1)^2-21=3(x-3)(x+2)$　　　$x=$ テ ，$-$ ト

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ *Note* ＞

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第３章　二次方程式

第９講・二次方程式①　因数分解・平方完成で解く方法

要点整理

(1) $x=-6,\ 5$　　(2) $x=7,\ -1$

解説

(1) 左辺を因数分解して，$(x+6)(x-5)=0$

$x+6=0$ または $x-5=0$　　よって，$x=-6,\ 5$

A×B=0 のとき A=0 または B=0 を利用。

(2) $(x-3)^2=16$　　$x-3=\pm4$　　$x=3\pm4$　　よって，$x=7,\ -1$

x-3 を 1 つのものと見る。

例題 1

(1) $x=0,\ -4$　　(2) $x=-6,\ 10$

(3) $x=-\dfrac{3}{2}$　　(4) $x=\pm\dfrac{\sqrt{10}}{2}$

(5) $x=4,\ -6$　　(6) $x=\dfrac{11}{2},\ -\dfrac{3}{2}$

解説

(3) $(2x+3)^2=0$　　$x=-\dfrac{3}{2}$

(6) $4(x-2)^2=49$　　$(x-2)^2=\dfrac{49}{4}$　　$x-2=\pm\dfrac{7}{2}$　　$x=2\pm\dfrac{7}{2}$ より，$x=\dfrac{11}{2},\ -\dfrac{3}{2}$

例題 2

(1) $x=3\pm\sqrt{5}$　　(2) $x=-2\pm\sqrt{2}$　　(3) $x=4\pm\sqrt{7}$

解説

(1) $x^2-6x=-4$　　$x^2-6x+3^2=-4+3^2$　　$(x-3)^2=5$

$x-3=\pm\sqrt{5}$　　$x=3\pm\sqrt{5}$

(2) $x^2+4x=-2$　　$x^2+4x+2^2=-2+2^2$　　$(x+2)^2=2$

$x+2=\pm\sqrt{2}$　　$x=-2\pm\sqrt{2}$

(3) $x^2-8x=-9$　　$x^2-8x+4^2=-9+4^2$　　$(x-4)^2=7$

$x-4=\pm\sqrt{7}$　　$x=4\pm\sqrt{7}$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

9－1

(1)　$x=-2,\ 3$

(2)　$x=-3,\ 5$

(3)　$x=0,\ 2$

(4)　$x=\pm2\sqrt{2}$

解説

(2)　$3x^2-6x-45=0$　　両辺を３でわって，$x^2-2x-15=0$

$(x+3)(x-5)=0$　　$x=-3,\ 5$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第９講・確認テスト

［1］　次の方程式を解きなさい。

（1）　$4x^2=5x$　　$x=$ ア，$\dfrac{\text{イ}}{\text{ウ}}$

（2）　$4x^2-12x+9=0$　　$x=\dfrac{\text{エ}}{\text{オ}}$

（3）　$x^2+10x=2$　　$x=-$ カ $\pm$ キ $\sqrt{\text{ク}}$

（4）　$x^2-3x-1=0$　　$x=\dfrac{\text{ケ}\pm\sqrt{\text{コサ}}}{\text{シ}}$

（5）　$(x-1)(x-2)=6$　　$x=$ ス，$-$ セ

（6）　$(x-2)^2+5(x-2)=0$　　$x=$ ソ，$-$ タ

（7）　$(2x+3)(x-1)=-3x+3$　　$x=$ チ，$-$ ツ

（8）　$(2x-1)^2-21=3(x-3)(x+2)$　　$x=$ テ，$-$ ト

解答

［1］　ア　0　　イ　5　　ウ　4　　エ　3　　オ　2　　カ　5　　キ　3　　ク　3
ケ　3　　コ　1　　サ　3　　シ　2　　ス　4　　セ　1　　ソ　2　　タ　3
チ　1　　ツ　3　　テ　2　　ト　1

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

解説

［1］

（1）　$4x^2=5x$　　$4x^2-5x=0$　　$x(4x-5)=0$　　$x=0,\ \frac{5}{4}$

（2）　$4x^2-12x+9=0$　　$(2x-3)^2=0$　　$x=\frac{3}{2}$

（3）　$x^2+10x=2$　　$x^2+10x+5^2=2+5^2$　　$(x+5)^2=27$

$x+5=\pm3\sqrt{3}$　　$x=-5\pm3\sqrt{3}$

（4）　$x^2-3x-1=0$　　$x^2-3x=1$　　$x^2-3x+\left(\frac{3}{2}\right)^2=1+\left(\frac{3}{2}\right)^2$

$\left(x-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{13}{4}$　　$x-\frac{3}{2}=\pm\frac{\sqrt{13}}{2}$　　$x=\frac{3\pm\sqrt{13}}{2}$

（5）　$(x-1)(x-2)=6$　　$x^2-3x+2=6$　　$x^2-3x-4=0$

$(x-4)(x+1)=0$　　$x=4,\ -1$

（6）　$(x-2)^2+5(x-2)=0$　　$(x-2)(x-2+5)=0$

$(x-2)(x+3)=0$　　$x=2,\ -3$

（7）　$(2x+3)(x-1)=-3x+3$　　$2x^2-2x+3x-3=-3x+3$　　$2x^2+4x-6=0$

両辺を２でわって，$x^2+2x-3=0$　　$(x-1)(x+3)=0$　　$x=1,\ -3$

（8）　$(2x-1)^2-21=3(x-3)(x+2)$　　$4x^2-4x+1-21=3(x^2-x-6)$

$4x^2-4x-20=3x^2-3x-18$　　$x^2-x-2=0$　　$(x-2)(x+1)=0$

$x=2,\ -1$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。